

文章编号: 1007-4619(2007)03-0359-08

适用于遥感应用的辐射传输高精度快速计算方法

段民征, 吕达仁

(中国科学院 大气物理研究所, 北京 100029)

摘 要: 准确的散射辐射方向特征与辐射传输能量守恒的物理要求是一切算法的有效性准则。在有限计算资源的限制下, 寻找最优的有限展开算法, 获得能量守恒物理要求下的散射方向特征的准确性, 是多年来辐射传输算法的追求目标。在以有限流数离散化辐射传输方程进行数值求解过程中, 要保证数值计算中的积分守恒, 流数有限要求粒子散射相函数必须截断, 而不合适的截断容易导致解的误差, 尤其是当大气中存在强前向散射的大粒子时(如云滴、沙尘暴事件过后的沙尘), 截断的相函数会出现振荡, 从而导致解的虚假振荡特性。散射相函数无限扩展可以消除这种虚假振荡, 但容易导致数值积分能量不守恒和解的不稳定。本文从原理上对这种虚假振荡和不稳定现象进行了分析, 并给出两种用较少流数达到较高的计算精度的高效计算方法, 这些算法对于遥感方法研究、GCM 气候模式中辐射强迫的参数化研究以及地气系统的能量收支研究, 尤其是目前研究较多的云和沙尘等大粒子气候效应有重要意义。

关键词: 辐射传输; 散射相函数; 辐射通量; 辐射强度

中图分类号: O433.1 **文献标识码:** A

Rapid Yet Accurate Radiative Transfer Algorithm for Remote Sensing

DUAN Min-zheng LU Da-ren

(Institute of Atmospheric Physics Chinese Academy of Sciences Beijing 100029, China)

Abstract Energy conservation and accurate angular distribution of radiance are the basic requirements for simulation of radiative transfer processes. Current climate model and operational remote sensing technique demands fast and accurate radiative transfer algorithm. To improve the computational efficiency, the scattering phase function is expanded and truncated as the summation of orthogonal polynomials such as Legendre function. Based on mathematical theory, number of polynomials must agree with streams (number of grids in angular integration) to satisfy the integration conservation; inappropriate truncation of scattering phase function results in considerable errors, especially for strong forward scattering media such as cloud particles and dust aerosol in the atmosphere. The truncated scattering phase function of dust or cloud, which fluctuate with scattering angle, results in false fluctuation in angular distribution of radiance; the fluctuation could be removed through taking huge number terms in expansion of scattering phase function, but energy conservation is broken, radiation flux is wrong and the results are unstable. Based on mathematical and radiative transfer theory, the phenomenon of false fluctuation and the stability of radiative transfer algorithm are analyzed; several fast and accurate methods are compared. Finally, two fast and accurate algorithms, satisfying the energy conservation and using less streams, are given, which is of significance in remote sensing, parameterization of radiative forcing in global climate models, energy budget estimation of the earth-atmosphere system, in particular, the effect of clouds and dust events.

Key words radiative transfer; scattering phase function; flux; radiance

收稿日期: 2006-04-19; **修订日期:** 2006-07-29

基金项目: 国家重点基础研究发展计划资助 (编号: 2006CB403702) 和国家自然科学基金资助项目 (编号: 40333034)。

作者简介: 段民征 (1968-), 1991 年毕业于兰州大学大气科学系, 1998 年获中国科学院大气物理研究所硕士学位, 2001 年获中国科学院大气物理研究所博士学位, 2002-2005 于美国纽约州立大学大气 Albany 分校访问研究。目前主要从事气溶胶和云的遥感反演, 偏振遥感反演, 辐射传输理论与算法, 超高光谱辐射传输与反演研究等。E-mail: dmz@mail.iap.ac.cn

1 引 言

辐射传输方程是描述电磁波在介质中传播和分配方式的基本方程, 由于其为一高度非线性的微分积分方程, 一般情况下还无法找到分析解, 只能用数值方法逼近求得近似解。随着计算机技术的发展, 各种离散求解方法也在不断得到发展和完善, 如应用较广的 ModTran^[1], Stamnes^[2]等人的离散坐标法 (DISORT), 有限元法^[3], 球谐函数法^[4], 简单相加原理的倍加累加法^[5], Monte-Carlo统计方法^[6]以及逐次散射法^[7, 8]等。几乎所有方法, 都将散射相函数展开为 Legendre多项式形式, 其优点就是使角度积分归一化变得简单, 避免求解的不稳定性。但是, 由于计算机本身存在的误差和数值求解方法的缺陷, 当利用有限流数即有限个点的求和逼近积分时, 有可能造成辐射传输方程计算中积分不守恒, 这种不守恒根据不同的积分方法, 导致能量积分或者亏损、或者增益, 从而导致解的不稳定。尤其是当大气中存在大粒子时 (如云滴、沙尘暴事件过后的沙尘), 大粒子具有很强的前向散射特性, 其前向和后向散射之差可达几个数量级, 要精确逼近原函数, Legendre展开需要几十项乃至上百项, 从而需要很高的流数来离散化辐射传输方程。但是, 由于受各种条件所限, 实际应用中只能以有限流数和相函数的有限截断进行数值求解。由于 Legendre函数的特性, 这种有限截断的相函数会出现虚假振荡, 从而导致解的虚假振荡特性, 而且, 粒子散射各向异性越强, 虚假振荡越明显。Wiscombe^[9]提出一种 δM 变换方法, 此方法大大降低了强散射各向异性辐射虚假振荡, 提高了计算精度, 辐射通量也得以保持守恒, 但计算流数较小时这种虚假振荡还是比较明显。汪宏七等^[10]提出相函数展开的无限扩展方法来抑制虚假振荡, 其结果是强度随角度的分布特征得到明显改善, 但辐射通量解误差很大。

因此, 必须找到一个既保持积分守恒又可提高计算精度的辐射传输求解方法, 这对于发展一个统一的算法以适用于遥感反演算法研究、GCM 气候模式中辐射强迫的参数化以及地气系统的能量收支研究, 尤其是目前研究较多的云和沙尘等大粒子气候效应研究有着重要意义。

本文首先从原理上分析了辐射传输方程计算中造成虚假振荡和积分不守恒的根本原因, 并指出对于不同的积分方法, 要保持积分守恒, 流数和相函数

Legendre展开的阶数必须满足的定量关系。最后给出两种高效的适用于遥感应用的辐射传输计算方法。

2 基本原理

2.1 辐射传输方程

平面平行大气中单色光辐射传输方程可写为:

$$\mu \frac{dI(\tau, \mu, \varphi)}{d\tau} = I(\tau, \mu, \varphi) \frac{\omega}{4\pi} \pi F_0 \exp(-\tau/\mu_0) \times P(\tau, \mu, \varphi; -\mu_0, \varphi_0) - \frac{\omega}{4\pi} \int_0^{2\pi} \int_{-1}^1 I(\tau, \mu', \varphi') \times P(\tau, \mu, \varphi; \mu', \varphi') d\mu' d\varphi' - (1-\omega)B(T) \quad (1)$$

式中, μ 为极角余弦, 向下为负, 向上为正; φ 为相对于太阳的方位角; τ 为光学厚度; I 为辐射强度; ω 为单次散射反照率; πF_0 为太阳入射辐射强度; μ_0, φ_0 为太阳天顶角的余弦和方位角; B 为 Planck 函数; P 为散射相函数。上式右边第二项为单次散射的贡献, 第三项为多次散射的贡献, 第四项为热辐射项。根据研究对象的性质可分别予以取舍。对于短波辐射波段, 热辐射项一般不予考虑。

为求解方便, 将 I 作 Fourier 展开, P 作 Legendre 展开, 经过简单变换, 得到各 Fourier 分量所满足的方程^[7]:

$$\mu \frac{d\Gamma^m(\tau, \mu)}{d\tau} = \Gamma^m(\tau, \mu) - (1 + \delta_{0m}) \frac{\omega}{4} \times \sum_{l=m}^{\infty} (2l+1) h_l^m p_l^m(\mu) \int_{-1}^1 p_l^m(\mu') \Gamma^m(\tau, \mu') d\mu' - \frac{\omega}{4\pi} \sum_{l=m}^{\infty} (2l+1) h_l^m p_l^m(\mu) p_l^m(-\mu_0) \pi F_0 \exp(-\tau/\mu_0) \quad (2)$$

式中, $m=0, 1, \dots$, 将 (2) 式积分用有限项求和代替并离散化为多元线性代数方程组, 从而求得数值逼近解。下面就辐射传输模式普遍采用的三种 Gauss 型积分: Gauss-Legendre 积分, Double-Gauss-Legendre 积分和 Gauss-Lobatto 积分展开讨论。

2.2 Gauss型求积公式

$2N$ 个节点的 Gauss 型求积公式具有如下形式^[11]

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^{2N} w_i f(x_i) \quad (3)$$

对应于辐射传输方程, a 和 b 分别为 -1 和 1 , 这时 N 为半球流数, w_i 和 x_i 分别为积分权重和节点, 权重 w_i 和节点 x_i 求法各异, 对于不同的选取方法, (3) 式

有不同的代数精度。

Gauss-Legendre积分是以 2N 阶 Legendre 函数的零点为节点,求积公式形式同 (3)式,理论证明, Gauss-Legendre 积分具有 4N - 1 阶代数精度。 Double-Gauss-Legendre求积公式是以 N 阶 Legendre 函数的零点为节点,通过代数变换到区间 [0, 1],然后再通过折叠映射到区间 [-1, 0],因此同样在 [-1, 1]区间具有 2N 个节点的 Double-Gauss-Legendre求积公式具有的代数精度为 2N - 1,求积公式形式同 (3)式。 Gauss-Lobatto 积分^[12]是以 2N - 1阶 Legendre 函数的微分函数的零点作为节点,即: P'_{2N-1}(x_i) = 0,其求积公式形如:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx = w_1 f(-1) + \sum_{i=2}^{2N-1} w_i f(x_i) + w_{2N} f(1) \quad (4)$$

Gauss-Lobatto积分的特点是将积分区间的边界点作为节点,理论证明, Gauss-Lobatto积分具有 4N - 3阶代数精度。

因此对于具有 2N 个节点的数值求积公式, Gauss-Legendre Double-Gauss-Legendre 和 Gauss-Lobatto积分分别对不超过 4N - 1, 2N - 1和 4N - 3次代数多项式是准确的,超出这个范围,数值积分就有误差。因此可以推断,将三种积分方式应用于辐射传输方程,当半球流数取 N 时,散射相函数的展开阶数不能超过 4N - 1, 2N - 1和 4N - 3,否则,误差就得不到控制。

2.3 有限个节点求积公式的误差分析

如上所述,对于具有 2N 个节点的 Gauss-Legendre Double-Gauss-Legendre和 Gauss-Lobatto数

值求积公式,散射相函数的展开阶数分别不能超过 4N - 1, 2N - 1和 4N - 3,超出这个范围,数值积分就有误差。以 Henyey-Greenstein 散射相函数为例,对这种误差进行数值试验分析。 Henyey-Greenstein 散射相函数有如下形式^[13]:

$$P(\Theta) = \frac{1 - g^2}{[1 + g^2 - 2g \cos(\Theta)]^{3/2}} \quad (5)$$

式中, Θ 为散射角, g 为非对称因子,取值范围为 [-1, 1]。 g 越大,散射各向异性也越强,也就需要更多的展开项数来逼近。其 Legendre 多项式展开可以表示为:

$$P_c(\Theta) = 1 + \sum_{l=1}^L (2l+1) g^l P_l(\Theta) \quad (6)$$

因为散射相函数的本质是能量的再分配,因此积分差:

$$\Delta = \int_0^\pi P_c(\Theta) \sin\Theta d(\Theta) - \int_0^\pi P(\Theta) \sin\Theta d(\Theta) = \sum_{l=1}^N \left[w_l \sum_{l=1}^L (2l+1) g^l P_l(\Theta_i) \right] \quad (7)$$

可以作为数值积分能量是否守恒的标志, $\Delta \rightarrow 0$ 表明积分守恒,积分也就越稳定。图 1 为当积分节点数取 $N=8$ 时, (7)式 L 取从 4 到 256 时三种积分的误差 Δ 。图 1 中给出了三种散射相函数的结果: $g=0.6, 0.7$ 和 0.8 , 其中 $g=0.8$ 代表强前向散射相函数。由图 1 可以看出,对于 $g=0.8$ 当展开阶数较小时,能够满足精度要求,一旦超过临界值,误差迅速增大,即数值积分不能保持守恒。对应于 Gauss-Legendre 和 Double-Gauss-Legendre 积分,能量亏损,对应于 Gauss-Lobatto 积分,能量则增益,无论哪种情况,均不利于辐射传输计算的求解精度和计

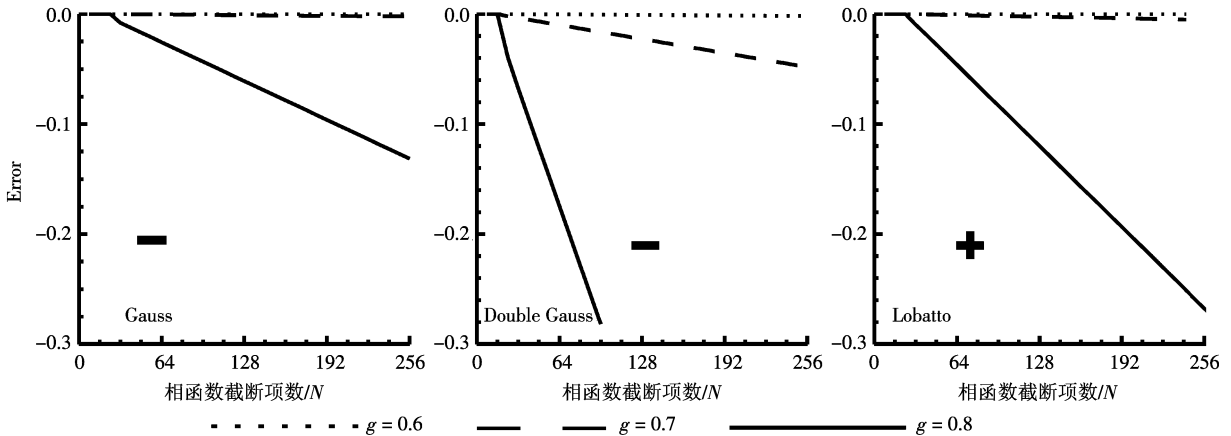


图 1 有限节点求和对 Legendre 展开散射相函数积分的误差

算稳定。

3 实例计算分析

为验证相函数展开对辐射传输方程求解的影响,以 Mie 散射为例进行了卫星对地观测和地基观测的模拟计算。取 $\lambda = 550\text{nm}$, 气溶胶复折射指数为 $1.50 - 0.008i$ 粒子尺度分布取对数正态分布:

$$n(r) = \frac{N_0}{\sqrt{2\pi}\sigma_r} \exp\left[-\frac{\ln(r/r_0)^2}{2\sigma^2}\right] \quad (8)$$

式中, r 为粒子半径 (μm), n 为单位尺度、单位体积内半径为 r 的粒子个数, N_0 为粒子总数, r_0 为模态半径 (μm), σ^2 为方差, 分别取 0.267 和 0.85, 相当于粒子有效半径和有效方差分别为 2.23 和 0.86。这种尺度的粒子在云中或沙尘暴事件过后是常见的, 其散射相函数如图 2 (a) 中 \circ 符号, 其余为 Legendre 展开后取 8, 16, 32 和 64 项截断后的相函数逼近, 可以看到, 这种有限阶数截断后的振荡特征很明显, 有些角度甚至出现负值, 已完全不能描述原函数特征。

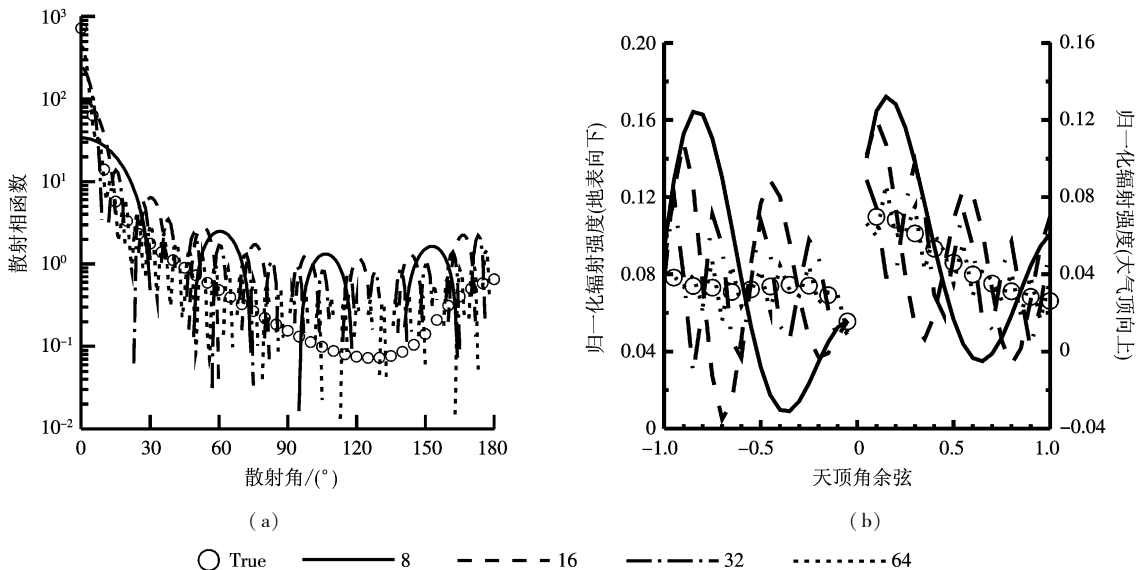


图 2 (a) 为用 Legendre 展开逼近得到的散射相函数;

(b) 为地表向下和大气顶向上的归一化辐射强度, 方位角为与太阳成 90°

Fig 2 (a) approximation of scattering phase function with Legendre polynomials

(b) Normalized radiance at TOA and surface Azimuthal angle is 90° relative to solar rays

将上述两种展开应用于 (2) 式求解, 模拟计算地表向下和大气上界向上的辐射强度分布。计算条件为: 整层大气分为三层, 气溶胶光学厚度为 1.24, Rayleigh 散射光学厚度为 0.097, 太阳高度角为 45° , 地表为 Lambert 反射体, 反照率取 0.0 和 0.5。辐射传输算法程序包为 Stammes 等发展的 DISORT^[2]。地表反照率为零时的计算结果如图 2 (b), 其中, $[-1, 0]$ 区间为地表向下辐射, 对应于左边坐标轴; $[0, 1]$ 区间为大气顶向上的辐射强度分布, 对应于右边坐标轴。图中 \circ 符号为拟真实解。

由图 2 可以看出, 相函数有限截断造成离散解的辐射强度随角度分布具有很大的虚假振荡特征。为提高计算精度, Wiscombe^[9] 发展了一种 δM 变换方法, 即将散射相函数 Legendre 展开系数和粒子单次散射反照率及消光系数作如下变换:

$$\begin{aligned} P(\Theta) &= 2f\hat{p}(1 - \cos\Theta) + (1 - f)P^*(\Theta) \\ P^*(\Theta) &= \sum_{l=0}^N (2l+1) \cdot h_l^* p_l(\Theta) \\ h_l^* &= (h_l - f) / (1 - f) \\ \omega^* &= \omega(1 - f) / (1 - f\omega) \\ \tau^* &= \tau(1 - f\omega) \end{aligned} \quad (9)$$

式中, 带 * 号者为变换参数, 其中, $f = h_N$ 。这种变换对于辐射通量的计算精度有很大提高, 且保证积分守恒。同时由相函数截断带来的辐射强度随角度分布的虚假振荡也得到很大抑制 (图 3), 但流数较小时振荡仍可以看得出来。

要得到真实解, 无论是否经过 δM 变换, 流数必须取得足够大。尤其对于强前向散射相函数, 流数和散射相函数取的很大才行。但计算时间随流数增加成指数增长, 同时, 计算流数的增加使得离散化

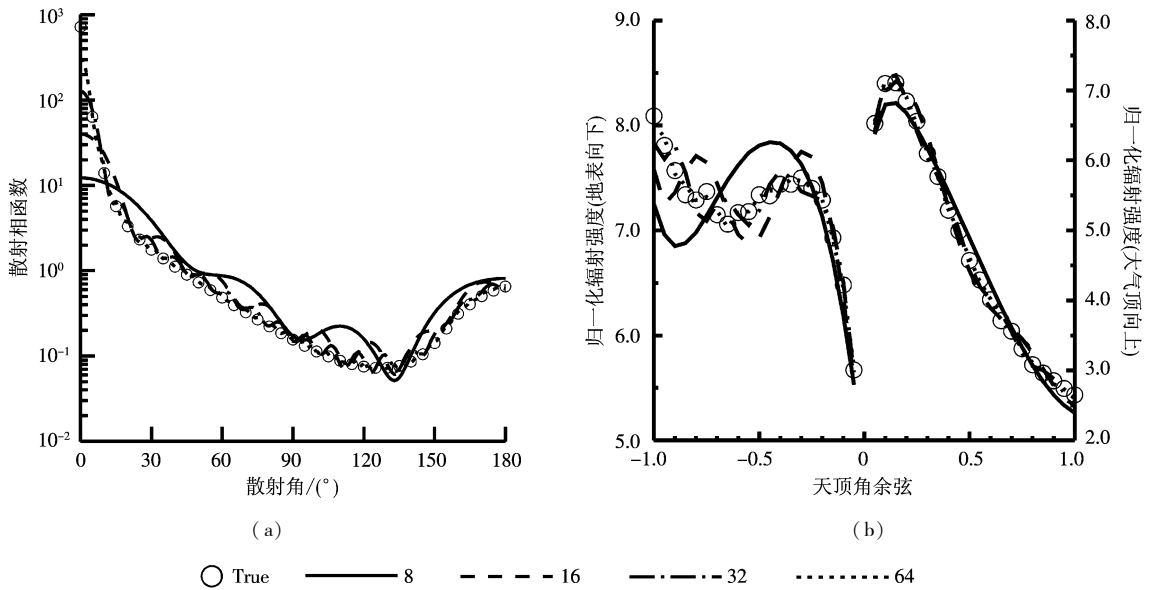


图 3 同图 2, 但为经过 δM 变换结果

Fig 3 The same as Fig 2, but for results of δM method

的方程的矩阵庞大,增加了病态矩阵的可能性和解的不稳定性。

解的虚假振荡是由于散射相函数的有限截断造成的,因此,汪宏七^[10]指出,放宽相函数的有限截断,将相函数的无限展开应用于辐射传输计算,这种展开扩展的作法的确使辐射强度随角度的分布趋势得到很大改善,但正如前面所述,这种展开使得(2)式中积分项能量不守恒。当半球流数取 4、8、16 和 32 展开阶数取 128 时,计算的地表向下和大气顶向上的辐射通量结果列于表 1。由表中数据可以看出,这种扩展对能量的改变很大,有时甚至出现物理上极度不合理的负值。另外需要指出的是,DISORT 中选用的 Double-Gauss-Legendre 积分,当计算半球流数为 N 时具有 2N-1 次代数精度,而非文献 [10] 所指出的 4N-1。

表 1 半球流数取 4、8、16 和 32 展开阶数取 128 时利用 Lobatto 积分计算的地表向下和大气顶向上的辐射通量结果
 Table 1 Upward flux at top of atmosphere (TOA) and downward flux at surface through Lobatto integration, scattering phase function is truncated at 128 streams for hemisphere are 4, 8, 16 and 32

N	地表反照率 A=0.0		地表反照率 A=0.5	
	大气顶向上	地表向下	大气顶向上	地表向下
4	-1.0728	0.6053	-1.0642	0.0186
8	0.9064	1.8518	-6.8681	-4.8174
16	0.1746	0.7428	0.5164	0.8531
32	0.1521	0.7028	0.4134	0.7798
True	0.1497	0.6978	0.4016	0.7703

4 强前向散射大气辐射传输快速计算的两种方法

如上所述,要使辐射传输计算中的能量保持守恒,必须依据不同的积分方法,使流数和相函数展开阶数之间满足第二部分中所述条件。当大气中存在散射各向异性很强的大粒子时,需要很高的流数以满足求解精度,这就增加了两方面的困难,一是计算时间随流数的增加成倍增长,其计算实用性和时效性受到很大限制;二是流数的增加,使离散化后代数方程的系数矩阵变的很大,从而增加了逆矩阵求解的不稳定性。因此必须找到一种用较少的流数达到较高的计算精度,而同时又保持积分守恒的高效计算方法。

4.1 相对值散射相函数展开方法

常规相函数展开方法为:求 h_1 使

$$\delta = \left[P(\Theta) - \sum_{l=0}^L (2l+1) h_l P_l(\Theta) \right]^2 \sin\Theta d\Theta < \epsilon \tag{10}$$

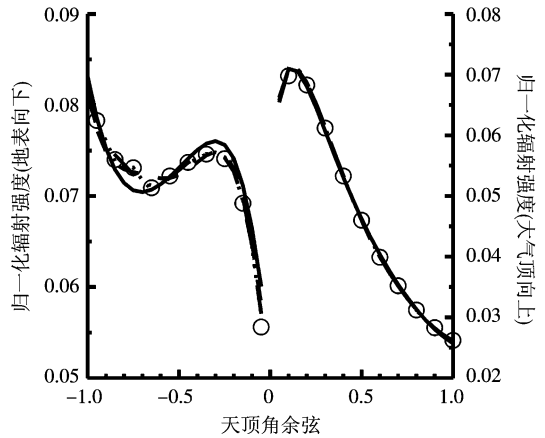
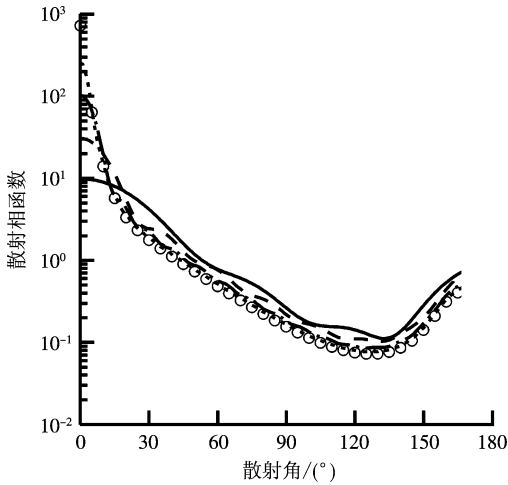
达到最小的展开方法,这种展开方法具有很大的优势,即其本质是能量差最小法,在辐射传输计算数值积分时,只要满足第二部分所述条件,能量就可以保持守恒,但这种展开对于方向分布的精度较差,尤其是大气中存在散射各向异性很强的大粒子时,由于大粒子前向散射比后向散射大几个数量级,因此,利

用上式展开时,前向散射的微小误差就将后向散射方向的差别掩盖,要使各方向上的逼近都达到一定精度,展开项数必须很大才行,小阶数展开极易在大散射角方向上造成数值的虚假振荡。而一般卫星遥感反演研究中利用的恰恰是大散射角散射特性。因此,当大气中有散射各向异性很强的大粒子存在时,这种展开方法导致计算结果误差很大,不利于辐射传输的模拟计算。而利用相对值散射相函数展开方法^[14]则会有很大改善,即求 c_l 使

$$\delta = \left[\int P(\Theta) - \sum_{l=0}^L (2l+1) c_l P_l(\Theta) \right]^2 \int P^2(\Theta) \sin\Theta d\Theta < \epsilon \quad (11)$$

展开后系数 c_l 可由最小二乘法得到,为保证方

程(1)中多次散射项(右边第三项)积分能量守恒,结合 Legendre 函数的特点, c_l 重新归一化为: $c_l = c_l / \omega$, 大气光学厚度 τ 和单次散射反照率 ω 对应于(9)式作相应的变换,其中取 $f=1-\omega$ 。这种方法的优点是在前向逼近精度基本保持的情况下,后向逼近精度大大提高,由于利用散射相函数相对误差作为逼近精度,从而可以消除在较少阶数截断的情况下引起的虚假振荡。这种方法的缺点是,它不是能量逼近方法,只有 ϵ 小到一定程度才能使积分守恒得以保证。大量计算结果表明,为使积分守恒,只要满足 $\epsilon \leq 0.003$ 即可。即便如此,对非太阳辉光区而言,辐射传输计算中强度和通量达到一定精度所需要的阶数仍比传统方法少得多。



(a) (b)
 ○ True ——— 8 - - - - 16 - · - · - 32 · · · · · 64

图 4 同图 2 但为利用相对值散射相函数的展开结果

Fig 4 The same as Fig 2, but for results of δ -fit method

利用相对值散射相函数展开系数有限截断所得相函数如图 4(a),图 4(b)为辐射传输模拟的地表向下和大气顶向上的辐射强度等效反射率。由图 4 可以看出,这种展开方法无论对于相函数本身还是辐射模拟结果的精度,与传统方法比较都有很大提高。对于大气顶向上辐射而言,半球 4 流已经逼近真实解,计算时间也大大缩短。因此,这种方法对于卫星遥感反演模拟精度有很大提高。

4.2 δM 近似 + 单次散射订正方法

为提高辐射强度的计算精度, Nakajima^[15] 提出单次散射订正法,其基本原理为:任意高度上、任意方向上的辐射强度既包含大气中粒子单次散射的贡

献,又包含多次散射的贡献,不论单次散射的各向异性有多强,多次散射都具有趋于各向同性的特征,因此,对于多次散射的贡献,可以用较少的流数和散射相函数展开截断来近似计算。而单次散射的贡献由于不涉及积分项,较易于得到分析解或得到较高精度的数值解,同时,散射相函数展开阶数可以应用到 ∞ , 利用单次散射和多次散射的这些特点,就可利用较少的流数和散射相函数展开得到较高精度的数值解。

因单次散射订正法对辐射强度有较高的计算精度, δM 近似对辐射通量计算精度较高,结合二者的特点并应用于辐射传输求解,就可以在兼顾积分守恒条件的同时,使辐射强度计算精度大大提高,并且

降低计算流数,节约计算时间。

当只考虑单次散射贡献时,辐射传输方程可以写为:

$$\mu \frac{dI^m(\tau, \mu)}{d\tau} = I^m(\tau, \mu) - \frac{\omega}{4\pi} \sum_{l=m}^{\infty} (2l+1) \times h_l^m p_l^m(\mu) p_l^m(-\mu_0) \pi F_0 \exp(-\tau/\mu_0) \quad (12)$$

设利用较少的流数、 δM 近似和满足积分守恒条件的散射相函数展开阶数得到的解为 I_1 , 由上述计算条件和 (12) 式得到的单次散射解为 I_2 , 而利用散射相函数无限扩展由 (12) 式得到的单次散射解为 I_3 , 则真实解可以表述为 (详见文献 [15]):

$$I = I_1 - I_2 + I_3 \quad (13)$$

利用上述关系,取单次散射计算时的散射相函数展开阶数为 256,当半球流数分别为 4、8、16 和 32 时的解如图 5 可以看到,经过单次散射订正后的计算精度得到很大改善,半球 4 流时已经可以准确逼近真实解。同时由于计算方式的选取,积分守恒也简单地得到了保证。

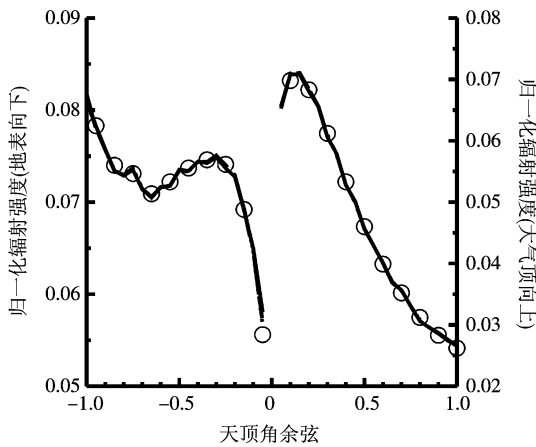


图 5 经过 δM 变换十单次散射订正后计算结果,其余同图 3

Fig 5 The same as Fig 3, but for results of SC method

4.3 几种方法的比较

以 Henyey-Greenstein 散射相函数为例,比较直接展开法 (PL)、 δM 法、相对值散射相函数展开方法 (δFit) 和单次散射订正法 (SC) 的计算结果,当计算精度为 1% 时所需要的最少流数见表 2。可以看到,对于大气项向上辐射而言,达到相同计算精度所需流数, δFit 方法和单次散射订正法远远低于直接展开法和 δM 法。对于太阳辉光区辐射强度,由于相对值散射相函数展开法抑制了前向散射,这种方法计算精度在这一方向降低,但该方法抑制了大散射角方向的振荡,对于利用大散射角的卫星遥感而

表 2 计算精度为 1% 时所需要的最少流数 (半球)

Table 2 Minimum streams for 1% accuracy of radiance

μ	大气项向上辐射强度				地表太阳辉光区辐射强度			
	PL	δM	δFit	SC	PL	δM	δFit	SC
0.60	7	5	5	3	7	7	7	3
0.65	9	7	5	3	7	9	9	3
0.70	11	8	5	3	9	11	11	3
0.75	14	10	6	3	11	14	15	5
0.80	19	13	7	5	15	18	19	7
0.85	28	18	8	6	20	25	27	9

言是适用的。而单次散射订正法无论是在大散射角方向还是在太阳辉光区的计算精度都是最高的。

5 结论

在辐射传输计算中,要保证积分守恒,流数和散射相函数展开阶数必须满足一定关系,即当计算流数(角度积分点)一定时,相函数展开阶数存在一最大临界值,当实际应用超过此临界值时,积分能量不守恒,因而数值解也将不真实。当大气中有散射各向异性很强的大粒子存在时,要取得较高的计算精度,流数和散射相函数展开阶数必须取得很大才能得以保证。但是,由于受计算条件限制,并考虑数值方法的稳定性,必须用有限流数和有限阶展开来代替,这就很容易造成解的不稳定和虚假振荡。 δM 近似方法对于辐射通量计算有很大提高,但对于辐射强度的计算改善不大,对强前向散射而言,相函数截断导致解的振荡特征仍很明显。相函数的无限扩展能大大抑制解的虚假振荡特征,但能量又不能保持守恒。

相对值散射相函数展开方法,能对于大散射角方向的辐射强度的辐射强度计算精度有很大改善,并且能大大抑制由相函数截断导致的解的虚假振荡特征。另外,当展开误差满足 ≤ 0.003 时,能量保持守恒。由于相对值散射相函数展开方法抑制了前向散射,因此,对于太阳辉光区的辐射强度计算精度较差。但是,卫星观测正是粒子大散射角的方向辐射,因此此方法特别适用于卫星遥感反演研究。

无论是太阳辉光区还是大散射角方向, δM 近似十单次散射订正的联合方法的精度都有很大提高,且由相函数截断导致的解的虚假振荡特征也得以解决,是达到计算精度要求解的最佳途径,也是一

种高效的而又能保证积分守恒和计算精度的辐射传输计算方法。

这种既保持积分守恒又提高计算精度的辐射传输方法对于卫星遥感和地基遥感的方法研究是一个有力手段,同时对于地气系统的能量收支研究,尤其是目前研究较多的云和沙尘等大粒子气候效应有很大帮助。另外,对于 GCM 气候模式中辐射强迫的参数化也是一个有力的研究工具。

参 考 文 献 (References)

- [1] Berk A, Bernstein L S, Robertson D C. MODTRAN: A Moderate Resolution Model for LOWTRAN 7 [R]. GL-TR-89-0122, Geophysics Directorate Phillips Laboratory Hanscom AFB, ADA214337, 1989.
- [2] Stammes K, Tsay S C, et al. Numerically Stable Algorithm for Discrete Ordinate Method Radiative Transfer in Multiple Scattering and Emitting Layered Media [J]. *Appl Opt*, 1988, **27**: 2502—2509.
- [3] Kisselev V B, Roberti L, Perona G. Finite Element Algorithm for Radiative Transfer in Vertically Inhomogeneous Media: Numerical Scheme and Applications [J]. *Appl Opt*, 1995, **34** (36): 8460—8470.
- [4] Li J, Ramaswamy V. Four-stream Spherical Harmonic Expansion Approximation for Solar Radiative Transfer [J]. *J Atmos Sci*, 1996, **53** (8): 1174—1186.
- [5] Evans K F, Stephens G L. A New Polarized Atmospheric Radiative Transfer Model [J]. *J Q S R T*, 1991, **46** (5): 413—423.
- [6] Wu B Y, Lu D R. Monte-Carlo Simulations of Twilight Characteristics after El Chichon Eruption [J]. *Chinese Journal of Atmospheric Science*, 1989, **13**: 204—213. [吴北婴, 吕达仁. 用 Monte-Carlo 方法模拟火山爆发后的曙暮光特征 [J]. *大气科学*, 1989, **13**: 204—213.]
- [7] Min Q L, Duan M Z. A Successive Order of Scattering Model for Solving Vector Radiative Transfer in the Atmosphere [J]. *J Q S R T*, 2004, **87**: 243—259.
- [8] Vermote E F, Tanre D, Deuze J L, et al. Second Simulation of the Satellite Signal in the Solar Spectrum: 6S: an Overview [J]. *IEEE Trans Geosci Remote Sens*, 1997, **35** (3): 675—686.
- [9] Wiscombe W J. Delta-M Method: Rapid yet Accurate Radiative Flux Calculations for Strongly Asymmetric Phase Functions [J]. *J Atmos Sci*, 1977, **34** (9): 1408—1422.
- [10] Wang H Q, Zhao G X. Discrete Ordinate Radiative Transfer Algorithm for Strong Anisotropic Scattering Atmosphere [J]. *Sciences in China*, 1989, **B19**: 1330—1339. [汪宏七, 赵高祥. 在强各向异性散射大气中用离散坐标法进行辐射强度计算 [J]. *中国科学*, 1989, **B19**: 1330—1339.]
- [11] Davis P J, Rabinowitz P. *Methods of Numerical Integration* [M]. Academic Press, 1975.
- [12] Michels H H. Abscissas and Weight Coefficients for Lobatto Quadrature [J]. *Mathematics of Computation*, 1963, **17**: 237—244.
- [13] Goody R M, Yuny Y L. *Atmospheric Radiation: Theoretical Basis* [M]. Oxford University Press, 1989.
- [14] Hu Y X, Wielicki B, Lin B, et al. δ -Fit: A Fast and Accurate Treatment of Particle Scattering Phase Functions with Weighted Singular-value Decomposition Least Squares Fitting [J]. *J Q S R T*, 2000, **65**: 681—690.
- [15] Nakajima T, Tanaka M. Algorithms for Radiative Intensity Calculations in Moderately Thick Atmospheres Using a Truncation Approximation [J]. *J Q S R T*, 1988, **40**: 51—69.